年　　組　　番　氏名

9　次の**図１**のように、CA＝CBの二等辺三角形ABCと、△ABC≡△DEFとなるような△DEFの２つの三角形を厚紙で作ります。

図１

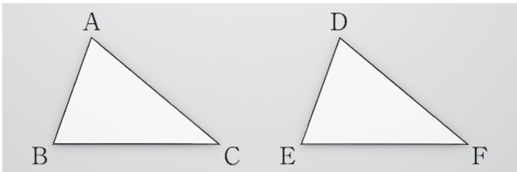
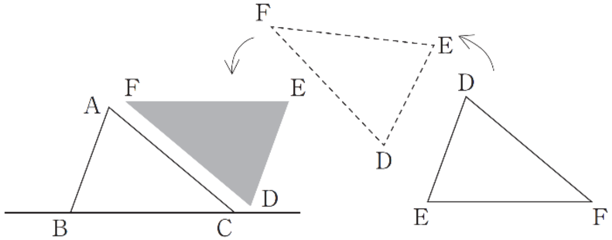


図１の２つの三角形の厚紙を使って、次の**方法１**と**方法２**でそれぞれ２つの直線をひきます。

方法１

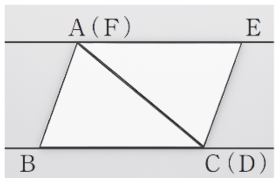
① △ABCを置いて、直線BCをひく。そして、**図２**のように、△DEFを回して、点Fを点Aに、点Dを点Cに重ねる。

図２



② **図３**のように、点Aと点Fが重なった点をAとして、直線AEをひく。また、点Cと点Dが重なった点をCとする。

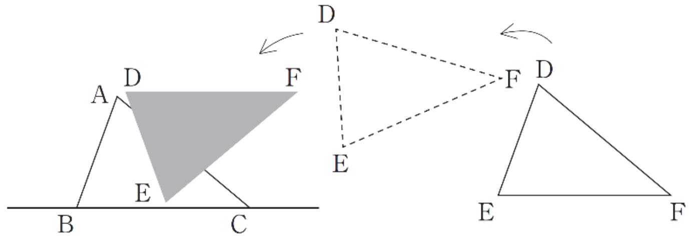
図３



方法２

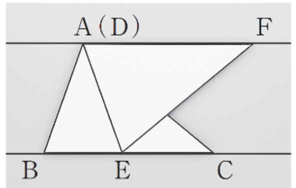
① △ABCを置いて、直線BCをひく。そして、**図４**のように、△DEFを回して、点Dを点Aに、点Eを直線BC上に置く。ただし、点Eは点Bと重ならないように置く。

図４



② **図５**のように、点Aと点Dが重なった点をAとして、直線AFをひく。

図５



優奈さんは、**方法１**の直線BCと直線AE、**方法２**の直線BCと直線AFがそれぞれ平行になるのではないかと考え、調べることにしました。

次の(１)、(２)の各問いに答えなさい。

※　問題は、次のページに続きます。

（1）優奈さんは、前ページの**方法１**の直線BCと直線AEが平行になるかどうかを調べるために、右の**図６**をかきました。**図６**の△ABCと△CEAは、それぞれCA＝CB、AC＝AEで、△ABC≡△CEAです。

図６

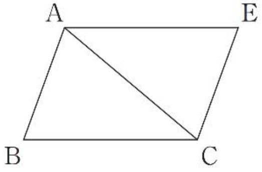


図６において、BC∥AEであることは、すでにわかっている△ABC≡△CEAをもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。BC∥AEであることを証明しなさい。

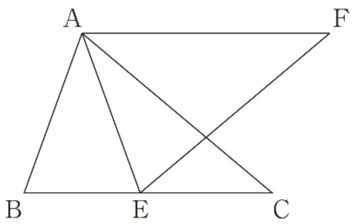
解答欄

証明

※　問題は、次のページに続きます。

（2）優奈さんは、前ページの**方法２**の直線BCと直線AFが平行になるかどうかを調べるために、次の**図７**をかきました。**図７**の△ABCと△AEFは、それぞれCA＝CB、FA＝FEで、△ABC≡△AEFです。この図において、優奈さんはBC∥AFであることを証明することにしました。

図７



BC∥AFであることは、次のように証明できます。

証明１

△ABC≡△AEFより、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、

AB＝AE　……①

∠ABC＝∠AEF　……②

△AEFにおいて、二等辺三角形の底角は等しいから、

∠EAF＝∠AEF　……③

②、③より、

∠ABC＝∠EAF　……④

また、①より、△ABEは二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから、

∠ABE＝∠AEB　……⑤

∠ABE＝∠ABCだから、④、⑤より、

∠EAF＝∠AEB

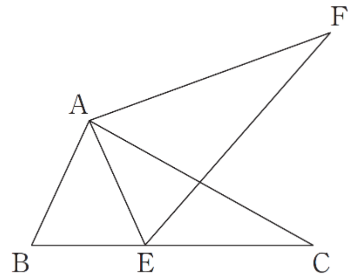
よって、錯角が等しいから、

BC∥AF

次に、優奈さんは、19ページの**図１**の２つの三角形を△ABC≡△DEFであることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も**方法２**でひいた２つの直線が平行になるかどうかを確かめたところ、２つの直線は平行になりませんでした。

なぜ平行にならなくなったのかを調べるために、次の**図８**をかきました。**図８**の△ABCと△AEFは二等辺三角形ではなく、△ABC≡△AEFです。

図８



優奈さんは、**図８**でBC∥AFとならないのは、前ページの**証明１**の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図８のような二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、∠EAF＝∠AEBとならないため、BC∥AFとなりません。このことは、**証明１**をもとに、次のように説明することができます。

> 二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、**証明１**の［Ⅰ］が成り立たないから、［Ⅱ］が成り立たない。よって、∠EAF＝∠AEBとならないから、BC∥AFとならない。

上の［Ⅰ］には**証明１**の①、②、③のどれか１つが、［Ⅱ］には**証明１**の④、⑤のどちらか１つが当てはまります。［Ⅰ］、［Ⅱ］に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

解答欄

Ⅰ		Ⅱ	

令和５年度　中学校　数学　**解答**

年　組　番　氏名

9　次の**図１**のように、CA＝CBの二等辺三角形ABCと、△ABC≡△DEFとなるような△DEFの２つの三角形を厚紙で作ります。

図１

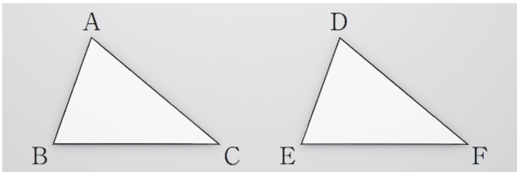
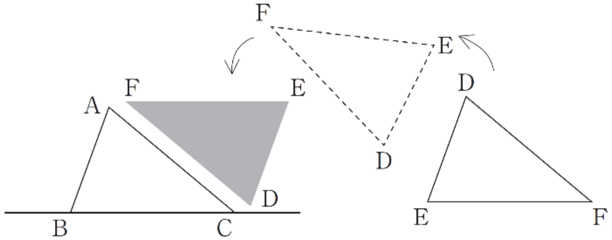


図１の２つの三角形の厚紙を使って、次の**方法１**と**方法２**でそれぞれ２つの直線をひきます。

方法１

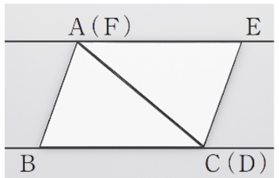
◇① △ABCを置いて、直線BCをひく。そして、**図２**のように、△DEFを回して、点Fを点Aに、点Dを点Cに重ねる。

図２



◇② **図３**のように、点Aと点Fが重なった点をAとして、直線AEをひく。また、点Cと点Dが重なった点をCとする。

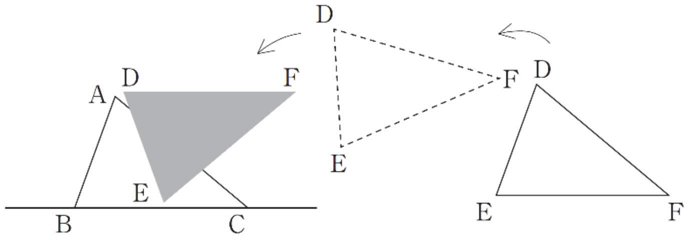
図３



方法２

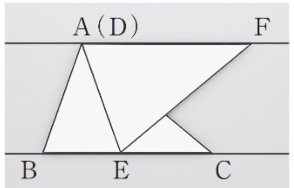
◇① △ABCを置いて、直線BCをひく。そして、**図４**のように、△DEFを回して、点Dを点Aに、点Eを直線BC上に置く。ただし、点Eは点Bと重ならないように置く。

図４



◇② **図５**のように、点Aと点Dが重なった点をAとして、直線AFをひく。

図５



優奈さんは、**方法１**の直線BCと直線AE、**方法２**の直線BCと直線AFがそれぞれ平行になるのではないかと考え、調べることにしました。

次の(１)、(２)の各問いに答えなさい。

※　問題は、次のページに続きます。

（1）優奈さんは、前ページの**方法１**の直線ＢＣと直線ＡＥが平行になるかどうかを調べるために、右の**図６**をかきました。**図６**の△ABCと△CEAは、それぞれCA＝CB、AC＝AEで、△ABC≡△CEAです。

図６

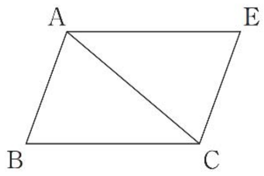


図６において、BC∥AEであることは、すでにわかっている△ABC≡△CEAをもとにして、同位角または錯角が等しいことを示すことで証明できます。BC∥AEであることを証明しなさい。

解答欄

証明

（例）

△ＡＢＣ≡△ＣＥＡより、合同な図形の対応する角は等しいから、

∠ＢＣＡ＝∠ＥＡＣ

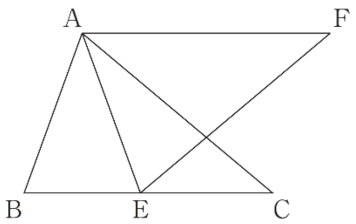
よって、錯角が等しいから、

ＢＣ∥ＡＥ

※　問題は、次のページに続きます。

（２）優奈さんは、前ページの**方法２**の直線BCと直線AFが平行になるかどうかを調べるために、次の**図７**をかきました。**図７**の△ABCと△AEFは、それぞれCA＝CB、FA＝FEで、△ABC≡△AEFです。この図において、優奈さんはBC∥AFであることを証明することにしました。

図７



BC∥AFであることは、次のように証明できます。

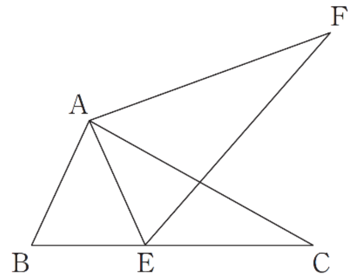
証明１

△ABC≡△AEFより、合同な図形の対応する辺と角はそれぞれ等しいから、
AB＝AE　　……①
∠ABC＝∠AEF　　……②
△AEFにおいて、二等辺三角形の底角は等しいから、
∠EAF＝∠AEF　　……③
②、③より、
∠ABC＝∠EAF　　……④
また、①より、△ABEは二等辺三角形である。
二等辺三角形の底角は等しいから、
∠ABE＝∠AEB　　……⑤
∠ABE＝∠ABCだから、④、⑤より、
∠EAF＝∠AEB
よって、錯角が等しいから、
BC∥AF

次に、優奈さんは、19ページの**図１**の２つの三角形を△ABC≡△DEFであることは変えずに、二等辺三角形ではない三角形に変えました。この場合も**方法２**でひいた２つの直線が平行になるかどうかを確かめたところ、２つの直線は平行になりませんでした。

なぜ平行にならなくなったのかを調べるために、次の**図８**をかきました。**図８**の△ABCと△AEFは二等辺三角形ではなく、△ABC≡△AEFです。

図８



優奈さんは、**図８**でBC∥AFとならないのは、前ページの**証明１**の①から⑤のどれかが成り立たないからだと考えました。

図８のような二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、∠EAF＝∠AEBとならないため、BC∥AFとなりません。このことは、**証明１**をもとに、次のように説明することができます。

二等辺三角形ではない合同な２つの三角形の場合には、**証明１**の $\boxed{\text{Ⅰ}}$ が成り立たないから、$\boxed{\text{Ⅱ}}$ が成り立たない。よって、∠EAF＝∠AEBとならないから、BC∥AFとならない。

上の $\boxed{\text{Ⅰ}}$ には**証明１**の①、②、③のどれか１つが、$\boxed{\text{Ⅱ}}$ には**証明１**の④、⑤のどちらか１つが当てはまります。$\boxed{\text{Ⅰ}}$ 、$\boxed{\text{Ⅱ}}$ に当てはまるものをそれぞれ書きなさい。

解答欄

Ⅰ	③	Ⅱ	④