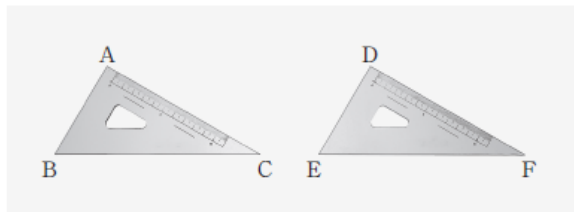
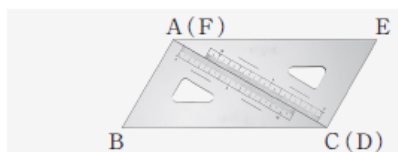


- 9 30°, 60°, 90°の同じ三角定規を2つ用意し、それぞれ△ABC, △DEFとします。直輝さんと由衣さんは、この2つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



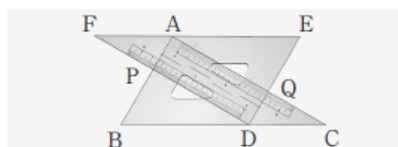
二人は、2つの三角定規を右の図1のように、点Aと点F、点Cと点Dが重なるように並べました。このとき、四角形ABCEができます。

図1



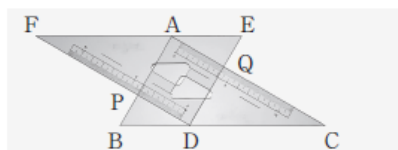
次に、図2のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを△ABCに重ねました。辺ABと辺FD、辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P、Qとすると、四角形APDQができます。

図2



そして、図3のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを左に動かしました。

図3



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 二人は、前ページの図1の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次の図4をかきました。

図4

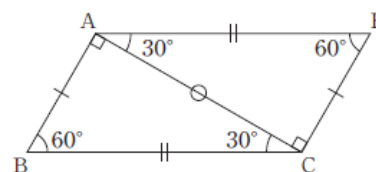


図4において、△ABCと△CEAは合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

このことから、四角形ABCEが平行四辺形になることは、平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下のア、イのどちらかを選び、選んだ条件を用いて説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

解答欄

ア イ

ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

イ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

説明

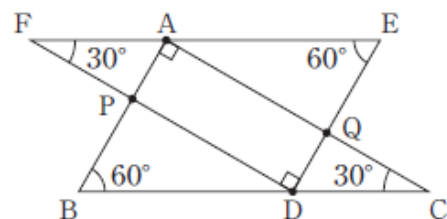
△ABCと△CEAは合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことから、

したがって、四角形ABCEは平行四辺形である。

※ 問題は、次のページに続きます。

(2) 二人は、17ページの図2、図3のように、2つの三角定規が重なったところのできる四角形APDQが長方形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次のような図5をかきました。

図5



4つの角がすべて等しい四角形は、長方形になります。四角形APDQについて、 $\angle PAQ = \angle PDQ = 90^\circ$ より、 $\angle APD = 90^\circ$ がいえれば、 $\angle AQD = 90^\circ$ となり、四角形APDQは長方形になります。

そこで、直輝さんは、 $\angle APD = 90^\circ$ になることについて、次のように考えました。

直輝さんの考え

- ① $\angle APD$ は $\triangle AFP$ の外角だから、 $\angle AFP$ と $\angle FAP$ の和に等しい。
- ② 2直線FE、BCに直線ABが交わってできる角のうち、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなることから、 $\angle FAP = \angle PBD = 60^\circ$ になる。
- ③ ①、②より、 $\angle APD = \angle AFP + \angle FAP = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ になり、 $\angle APD = 90^\circ$ といえそう。

直輝さんの考えの②で、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなるといえるのは、直線FEと直線BCに、ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

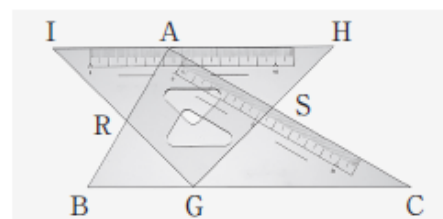
解答欄

※ 問題は、次のページに続きます。

(3) 二人は、左に動かす三角定規を、斜辺を底辺としたときの高さが $\triangle ABC$ と等しい 45° 、 45° 、 90° の三角定規に変えて、重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の図6のように、 45° 、 45° 、 90° の三角定規を $\triangle GHI$ とし、辺 AB と辺 IG 、辺 HG と辺 AC の交点をそれぞれ点 R 、 S とすると、四角形 $ARGS$ ができます。

図6



点 G が辺 BC 上にあり、辺 HI が辺 BC と平行になるように、 $\triangle GHI$ を左に動かしたとき、二人は、四角形 $ARGS$ が長方形にならないと考え、次のような図7、図8をかきました。

図7

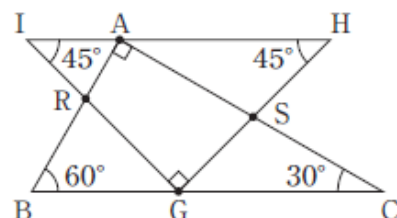
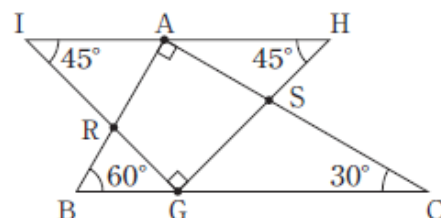


図8



二人は、図7、図8で、四角形 $ARGS$ が長方形にならないことから、四角形 $ARGS$ がどんな四角形になるか話し合っています。

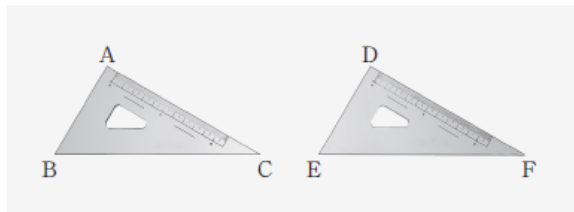
直輝さん「 $\triangle GHI$ を動かすと四角形 $ARGS$ の4つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」

由衣さん「 $\angle RAS$ と $\angle RGS$ の大きさはそれぞれ 90° で変わらないね。 $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさはどうかな。」

$\triangle GHI$ を動かしても、四角形 $ARGS$ の $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の和はいつでも 180° になります。このほかに、 $\angle ARG$ 、 $\angle ASG$ の大きさについて、いつでもいえることを書きなさい。

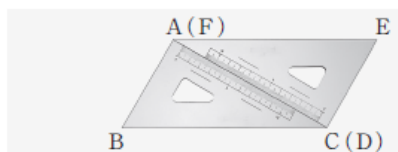
解答欄

- ⑨ 30°, 60°, 90°の同じ三角定規を2つ用意し、それぞれ△ABC, △DEFとします。直輝さんと由衣さんは、この2つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



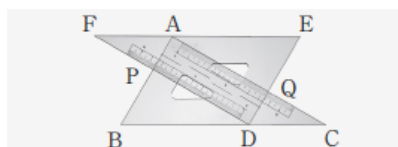
二人は、2つの三角定規を右の図1のように、点Aと点F、点Cと点Dが重なるように並べました。このとき、四角形ABCEができます。

図1



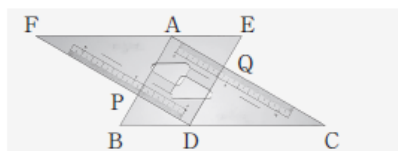
次に、図2のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを△ABCに重ねました。辺ABと辺FD、辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P、Qとすると、四角形APDQができます。

図2



そして、図3のように、点Dが辺BC上にあり、辺EFが辺BCと平行になるように、△DEFを左に動かしました。

図3



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 二人は、前ページの図1の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次の図4をかきました。

図4

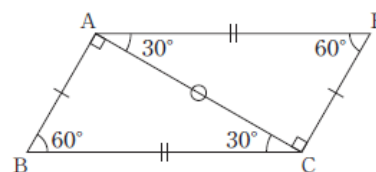


図4において、△ABCと△CEAは合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

このことから、四角形ABCEが平行四辺形になることは、平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下のア、イのどちらかを選び、選んだ条件を用いて説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

解答欄

ア イ

ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

イ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

説明

△ABCと△CEAは合同なので、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことから、

例(アを選択した場合)

$$AB = CE \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$BC = EA \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

例(イを選択した場合)

$$\angle ABC = \angle CEA \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle EAB = \angle BCE = 120^\circ \cdots \cdots \textcircled{2}$$

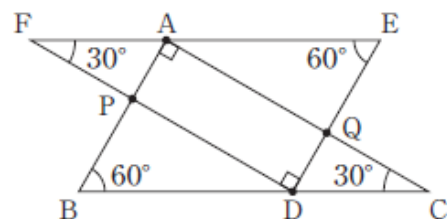
①、②より、2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。

したがって、四角形ABCEは平行四辺形である。

※ 問題は、次のページに続きます。

(2) 二人は、17ページの図2、図3のように、2つの三角定規が重なったところのできる四角形APDQが長方形になると予想し、予想が成り立つことを示すために、次のような図5をかきました。

図5



4つの角がすべて等しい四角形は、長方形になります。四角形APDQについて、 $\angle PAQ = \angle PDQ = 90^\circ$ より、 $\angle APD = 90^\circ$ がいえれば、 $\angle AQD = 90^\circ$ となり、四角形APDQは長方形になります。

そこで、直輝さんは、 $\angle APD = 90^\circ$ になることについて、次のように考えました。

直輝さんの考え

- ① $\angle APD$ は $\triangle AFP$ の外角だから、 $\angle AFP$ と $\angle FAP$ の和に等しい。
- ② 2直線FE、BCに直線ABが交わってできる角のうち、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなることから、 $\angle FAP = \angle PBD = 60^\circ$ になる。
- ③ ①、②より、
 $\angle APD = \angle AFP + \angle FAP = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ になり、
 $\angle APD = 90^\circ$ といえそうだ。

直輝さんの考えの②で、錯角である $\angle FAP$ と $\angle PBD$ は等しくなるといえるのは、直線FEと直線BCに、ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

解答欄

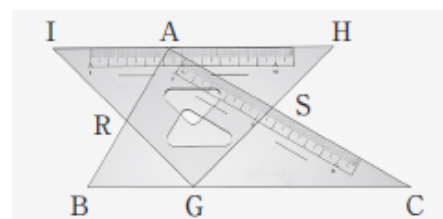
FE//BC

※ 問題は、次のページに続きます。

(3) 二人は、左に動かす三角定規を、斜辺を底辺としたときの高さが $\triangle ABC$ と等しい 45° 、 45° 、 90° の三角定規に変えて、重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の図6のように、 45° 、 45° 、 90° の三角定規を $\triangle GHI$ とし、辺 AB と辺 IG 、辺 HG と辺 AC の交点をそれぞれ点 R 、 S とすると、四角形 $ARGS$ ができます。

図6



点 G が辺 BC 上にあり、辺 HI が辺 BC と平行になるように、 $\triangle GHI$ を左に動かしたとき、二人は、四角形 $ARGS$ が長方形にならないと考え、次のような図7、図8をかきました。

図7

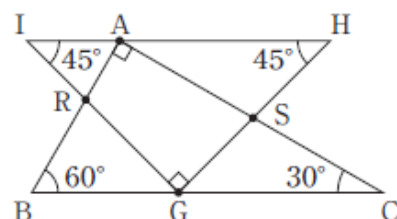
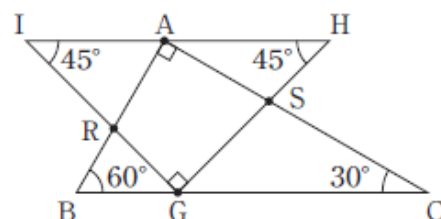


図8



二人は、図7、図8で、四角形 $ARGS$ が長方形にならないことから、四角形 $ARGS$ がどんな四角形になるか話し合っています。

直輝さん「 $\triangle GHI$ を動かすと四角形 $ARGS$ の4つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」

由衣さん「 $\angle RAS$ と $\angle RGS$ の大きさはそれぞれ 90° で変わらないね。 $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の大きさはどうかな。」

$\triangle GHI$ を動かしても、四角形 $ARGS$ の $\angle ARG$ と $\angle ASG$ の和はいつでも 180° になります。このほかに、 $\angle ARG$ 、 $\angle ASG$ の大きさについて、いつでもいえることを書きなさい。

解答欄

(例)

$\angle ARG$ 、 $\angle ASG$ のそれぞれの大きさは変わらない。
(いずれかを解答しているものを含む。)

(例)

$\angle ARG = 105^\circ$ であり、 $\angle ASG = 75^\circ$ である。
(いずれかを解答しているものを含む。)

上記以外で、 $\angle ARG$ 、 $\angle ASG$ の大きさについて成り立つことを解答しているもの。