中学校　数学

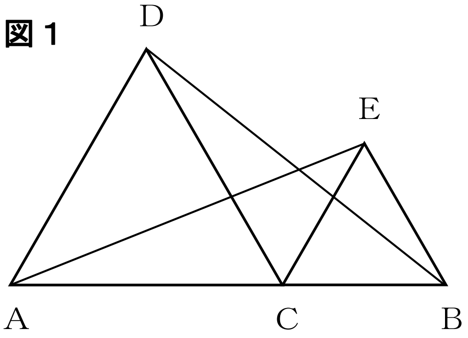
年	組	番	氏名

1　花子さんは、次の問題を解きました。

問題

　右の**図１**のように、線分ＡＢ上に点Ｃをとり、ＡＣ、ＢＣをそれぞれ一辺とする正三角形ＡＣＤ、正三角形ＣＢＥをＡＢの上側につくり、ＡとＥ、ＢとＤをそれぞれ結ぶ。
　このとき、ＡＥ＝ＤＢとなることを証明しなさい。

図１



花子さんの証明

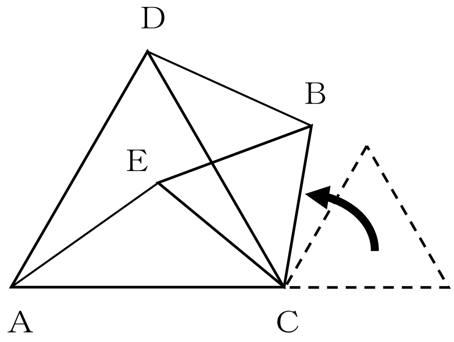
△ＡＣＥと△ＤＣＢにおいて
仮定より、△ＡＣＤと△ＣＢＥは正三角形だから
ＡＣ＝ＤＣ　……①
ＣＥ＝ＣＢ　……②
正三角形の１つの内角は６０°だから
∠ＡＣＤ＝∠ＥＣＢ＝６０°　……③
③より
∠ＡＣＥ＝∠ＡＣＤ＋∠ＤＣＥ
＝６０°＋∠ＤＣＥ　……④
∠ＤＣＢ＝∠ＥＣＢ＋∠ＤＣＥ
＝６０°＋∠ＤＣＥ　……⑤
④、⑤より
∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢ　……⑥
①、②、⑥より
[　　　　　　　　　　　　]から
△ＡＣＥ≡△ＤＣＢ
したがって　ＡＥ＝ＤＢ

（１）**花子さんの証明**において、空欄[　　　]に当てはまる三角形の合同条件を答えなさい。

（２）花子さんは、問題を解きながら、**図２**のように、正三角形ＣＢＥを点Ｃを中心として矢印のように、回転移動させた場合も、ＡＥ＝ＤＢになると予想しました。

図２の場合において、ＡＥ＝ＤＢとなることは、前ページの**花子さんの証明**の一部を書き直すだけで、（１）と同じ三角形の合同条件で証明できます。書き直すことが必要な部分を下の**ア**から**エ**までの中から１つ選び、正しく書き直しなさい。

図２



△ＡＣＥと△ＤＣＢにおいて

ア

仮定より、△ＡＣＤと△ＣＢＥは正三角形だから

ＡＣ＝ＤＣ　……①

ＣＥ＝ＣＢ　……②

イ

正三角形の１つの内角は６０°だから

∠ＡＣＤ＝∠ＥＣＢ＝６０°　……③

ウ

③より

∠ＡＣＥ＝∠ＡＣＤ＋∠ＤＣＥ

＝６０°＋∠ＤＣＥ　……④

∠ＤＣＢ＝∠ＥＣＢ＋∠ＤＣＥ

＝６０°＋∠ＤＣＥ　……⑤

エ

④、⑤より

∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢ　……⑥

①、②、⑥より

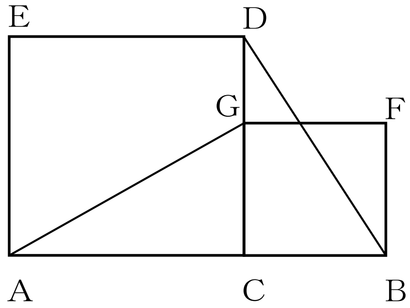
$\boxed{}$ から

△ＡＣＥ≡△ＤＣＢ

したがって　ＡＥ＝ＤＢ

太郎さんは、**図１**の正三角形を正方形に変えたとき、同じようなことがいえないかと考え、**図３**のような図をかき、**花子さんの証明**を参考に考えたところ、同じようにＡＧ＝ＤＢとなることが分かりました。

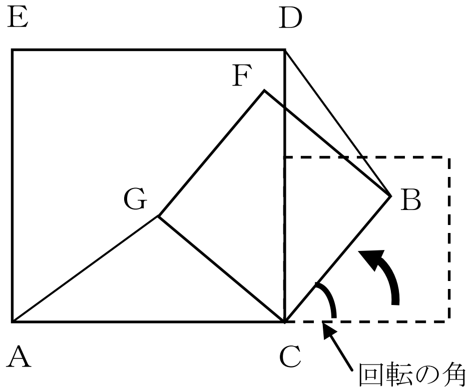
図３



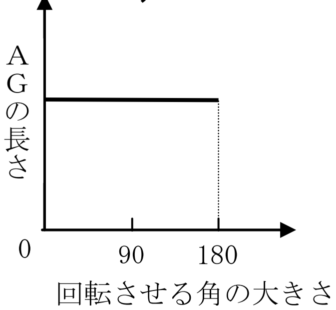
（３）太郎さんは、次に、正方形ＣＢＦＧを**図４**のように点Ｃを中心に、０°から180°まで回転させたとき、線分ＡＧの長さがどのように変化するかについて考えました。

回転させる角の大きさが、０°から 180°へと変化することにともない、線分ＡＧの長さがどのように変化するかを表すグラフとして適切なものを、**ア**から**オ**の中から選び、記号で答えなさい。

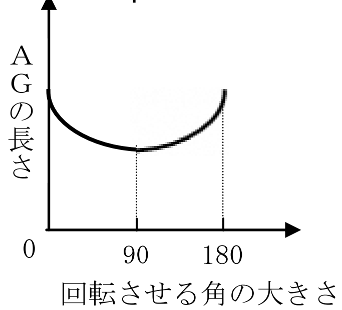
図４



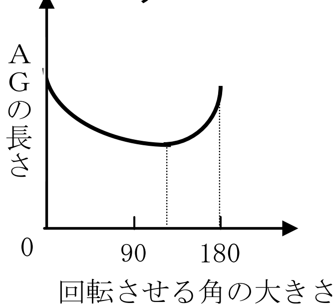
ア



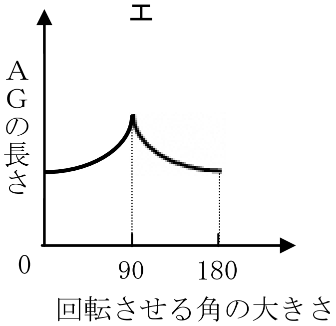
イ



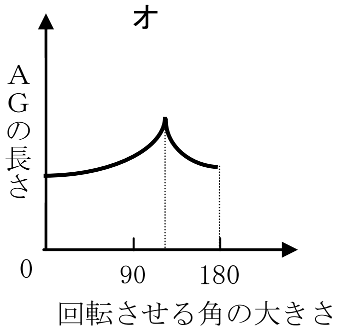
ウ



エ



オ

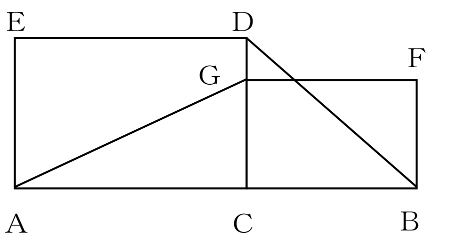


（４）太郎さんは、さらに、正方形の他に、ＡＧ＝ＤＢとなる四角形がないかどうか考えました。すると、**図５**のような長方形や平行四辺形では、ＡＧ＝ＤＢにならないことが分かりました。

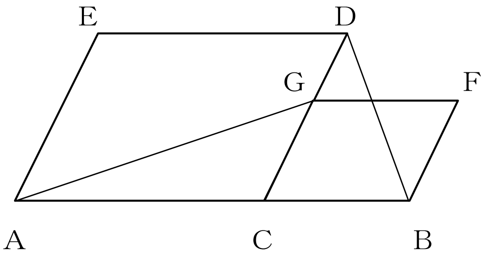
ただし、四角形ＣＢＦＧは四角形ＡＣＤＥを縮小した四角形とする。

図５

四角形ＡＣＤＥと四角形ＣＢＦＧが**長方形の場合**

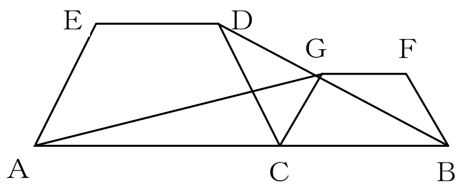


四角形ＡＣＤＥと四角形ＣＢＦＧが**平行四辺形の場合**

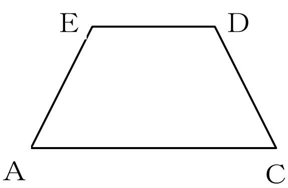


次に、**図６**のような四角形ＡＣＤＥと四角形ＣＢＦＧが等脚台形の場合を考えました。すると、ＡＧ＝ＤＢが成り立つ場合があることが分かりました。どのような場合に成り立つのか、また、成り立つ理由を書きなさい。

図６



（注）等脚台形とは、下の図のようにＥＤ//ＡＣ　かつ
∠ＥＡＣ＝∠ＤＣＡ　である台形である。



中学校　数学　解答用紙

年	組	番	氏　　　名

1

（１）	(三角形の合同条件)
（２）	(選んだ記号)　(書き直した内容)
（３）	
（４）	の場合にＡＧ＝ＤＢが成り立つ 理由

中学校　数学　正答例

年	組	番	氏　　　名

1

（１）	(三角形の合同条件) ２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
（２）	(選んだ記号) ウ (書き直した内容) ∠ＡＣＥ＝∠ＡＣＤ－∠ＤＣＥ ＝６０°－∠ＤＣＥ ∠ＤＣＢ＝∠ＥＣＢ－∠ＤＣＥ ＝６０°－∠ＤＣＥ
（３）	イ
（４）	(例) ＡＣ＝ＤＣ　の場合にＡＧ＝ＤＢが成り立つ 理由 ・△ＡＣＧと△ＤＣＢにおいて、ＡＣ＝ＤＣ、ＣＧ＝ＣＢ、∠ＡＣＧ＝∠ＤＣＢであり、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△ＡＣＧ≡△ＤＣＢ　となるから ・△ＡＣＧ≡△ＤＣＢ　となるから など